基于 DEA 博弈交叉效率和投资者心理的模糊投资组合研究

邓 雪, 方 雯

(华南理工大学 数学学院,广东 广州 510640)

摘 要:考虑到投资者并不是完全理性的,本文结合 DEA 博弈交叉效率方法研究了带有投资者心理因素的多目标模糊投资组合决策问题。首先,为了充分描绘投资者的心理因素和风险感知,本文基于可能性理论推导了带有风险态度的可能性均值和半绝对偏差。其次,将候选的风险资产视为互相竞争的博弈者,采用基于熵权法的 DEA 博弈交叉效率模型衡量它们的综合表现,从而得到每项资产的博弈交叉效率和奇异指数,并将其分别作为额外的收益和风险决策准则。基于此,提出了更加综合的可能性均值—半绝对偏差—博弈交叉效率—奇异指数模型。最后,通过一个应用实例验证了所提出的模型的合理性和有效性,从而为不同类型的投资者提供具有个性化的投资策略。

关键词:模糊投资组合;风险态度;半绝对偏差;DEA 博弈交叉效率;奇异指数

中图分类号:F224 **文章标识码:**A **文章编号:**1007-3221(2022)10-0068-07 **doi:**10.12005/orms.2022.0321

Research on Fuzzy Portfolios Based on DEA Game Cross-efficiency Method and Investor Psychology

DENG Xue, FANG Wen

(*School of Mathematics*, *South China University of Technology*, *Guangzhou* 510640, *China*)

Abstract: Considering that investors are not completely rational, a multi-objective fuzzy portfolio selection problem with investor psychological factors is studied in this paper by combining with the DEA game cross-efficiency evaluation method. Firstly, to fully describe the psychology and risk perception of investors, the possibilistic mean and semi-absolute deviation with risk attitude are derived basedonthepossibility theory. Secondly, the candidate assets are regarded as competing players, and their comprehensive performance is measured by DEA game cross-efficiency model based on entropy weight method. In this way, the DEA game cross efficiency score and maverick index of each asset are obtained, which are used asadditional return and risk measures. Considering the four objectives of possibilistic mean, semi-absolute deviation, cross-efficiency score and the maverick index, a more comprehensive fuzzy portfolio optimization model is established. Finally, the rationality and effectiveness of the proposed model is illustrated by an application example, which can provide different investors with personalized investment strategies.

Key words: fuzzy portfolio; risk attitude; semi-absolute deviation; DEA game cross-efficiency; Maverick index

0 引言

1952 年,Markowitz[1] 提出了著名的均值-方差模型,对随机不确定环境下的投资行为进行建模量化,构成了现代投资组合理论的核心基础。在 Markowitz 的工作的基础上,许多学者例如 Sharpe[2],研究了随机环境下的投资组合问题。1965 年,Zadeh[3] 提出了模糊集理论,现已成为处理模糊信息的重要分析工具。随后,基于 Zadeh[4] 提出的可能性理论,大量学者对模糊投资组合理论进行深入研究。例如,Carlsson 和 Fullér[5] 提出了

收稿日期:2020-06-24

基金项目:教育部人文社会科学青年基金项目(18YJAZH014-x2lxY9180090);2019 广东省自然科学基金面上项目(2019A1515011038);广东省软科学研究项目(2018A070712006,2019A101002118);广东省研究生示范课程(2019SFKC07)

作者简介:邓雪(1974-),女,博士,教授,硕士生导师。

可能性均值和可能性方差的概念,在此基础上,Zhang 和 Nie[6]介绍了可能性下半方差和上半方差测度,Vercher 等[7]研究了带有下行风险测度的可能性模糊投资组合。

上述研究都是基于投资者是完全理性的前提假设开展的,忽略了投资者的心理因素。事实上,证券市场是人为参与的市场,投资者的心理因素在很大程度上对投资决策具有重大影响。一方面,根据心理账户的概念描述,投资者会把损益归属到不同的心理账户中,从而投资者在实际投资中并不是追求理性的效用最大化,而是追求感性的满意最大化;另一方面,从模糊厌恶[8]的定义来看,人们讨厌能得知却不得而知的不确定性状态,所以这导致了投资者并不是完全理性的。

Tsaur[9]将风险态度参数引入了三角模糊收益率的隶属函数中,建立了考虑三种不同风险态度的可能性均值-方差的模糊投资组合模型。在 Tsaur 的工作基础上,金秀等[10]提出了考虑投资者心理的可能性均值-半方差模型,同时采用基于累积前景理论和 TOPSIS 法的交互式算法进行求解。Zhou 等[11]基于 Me 测度研究了模糊环境下均值-半绝对偏差框架下带有不同态度的投资组合选择问题。数据包络分析(DEA)[12]作为一种可靠的评估工具,在投资组合领域受到了大量的学者的关注。一方面,大量学者借助 DEA 技术构建了多样化的投资组合效率评价模型[13]。另一方面,少部分学者将投资组合的效率当作一项新的决策准则与投资组合领域中的经典的决策准则进行集成建模。Lim 等[14]首次提出了 DEA M-V 交叉效率投资组合模型,受其启发,Deng 等[15]将 DEA 期望交叉效率方法纳入到了原有的 Markowitz 的 M-V 模型,同时考虑了收益,风险和效率的模糊多目标投资组合模型。Essida 等[16]等基于 DEA 博弈交叉效率方法设计了均值-奇异指数投资组合新框架,为投资者选股提供新的思路。Chen 等[17]研究了基于夏普指数-DEA 交叉效率方法的模糊投资组合决策模型。目前对于 DEA 交叉效率方法在投资者理性的前提下进行了多方向的深度的发展。综上所述,考虑投资者心理因素的 DEA 交叉效率方法具有充分研究意义,本文基于此进行建模研究。

为了构建更为综合的投资组合决策模型,本文将 DEA 博弈交叉效率方法纳入到考虑投资者心理的可能性均值-半绝对偏差框架中,同时考虑了收益、下行风险、博弈交叉效率和奇异指数四个决策准则,从而为具有不同心理特征的投资者提供更为科学有效的决策方案。理论上,我们采用熵权法的 DEA 博弈交叉效率模型和可能性均值-半绝对偏差框架,基于此建模得到融入投资者非理性问题的 DEA 交叉效率模型。在实践中,考虑投资者心理因素,更贴合现实金融市场中的实际情况,以此给出适合不同类型投资者的个性化的投资方案。

1 预备知识

1.1 可能性理论及相关定义

定义 1[5] 设 $\widetilde{A} \in F$,模糊数 $\widetilde{A}$ 的 γ-水平截集为 $[\widetilde{A}]^{\gamma} = [a_1(\gamma), a_2(\gamma)]$,则 $\widetilde{A}$ 的区间可能性均值为

$$M(\widetilde{A}) = [M_*(\widetilde{A}), M^*(\widetilde{A})] \tag{1}$$

其中,$M_*(\widetilde{A}) = 2\int_0^1 \gamma a_1(\gamma)\mathrm{d}\gamma, M^*(\widetilde{A}) = 2\int_0^1 \gamma a_2(\gamma)\mathrm{d}\gamma$。

定义 2[5] 模糊数 $\widetilde{A}$ 的 γ-水平截集为 $[\widetilde{A}]^{\gamma} = [a_1(\gamma), a_2(\gamma)]$,则 $\widetilde{A}$ 的可能性均值为

$$\overline{M}(\widetilde{A}) = \frac{1}{2}[M_*(\widetilde{A}) + M^*(\widetilde{A})] \tag{2}$$

可能性半方差为:

$$Var^- = (\widetilde{A}) = 2\int_0^1 \gamma[\overline{M}(\widetilde{A}) - a_1(\gamma)]^2 \mathrm{d}\gamma \tag{3}$$

可能性半绝对偏差为:

$$Sad(\widetilde{A}) = \overline{M}(\max\{0, M(\widetilde{A}) - \widetilde{A}\}) \tag{4}$$

定义 3[3] LR 型模糊数 $\widetilde{A} = (a, b, \alpha, \beta)_{LR}$ 的隶属函数定义如下:

$$\mu_{\widetilde{A}} = \begin{cases} L_{\widetilde{A}}(\dfrac{a-x}{\alpha}), & a-\alpha \le x < a \\ 1, & a \le x < b \\ R_{\widetilde{A}}(\dfrac{x-b}{\beta}), & b \le x < b+\beta \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \tag{5}$$

其中,$L_{\widetilde{A}}, R_{\widetilde{A}}: [0,1] \to [0,1]$ 为连续的单调减函数,且满足 $L_{\widetilde{A}}(0) = R_{\widetilde{A}}(0) = 1, L_{\widetilde{A}}(1) = R_{\widetilde{A}}(1) = 0$。特别地,当 $L_{\widetilde{A}}, L_{\widetilde{A}}$ 为线性函数时,$\widetilde{A}$ 为梯形模糊数。

引理 1[7] 假设 $\widetilde{A} = (a_1, b_1, \alpha_1, \beta_1)_{LR}, \widetilde{B} = (a_2, b_2, \alpha_2, \beta_2)_{LR}$ 为 LR 型模糊数,$\lambda \in R$,则有:

$$\tilde{A}+\tilde{B}=(a_1+a_2,b_1+b_2,\alpha_1+\alpha_2,\beta_1+\beta_2)_{LR} \tag{6}$$

$$\lambda\tilde{A}=\begin{cases}(\lambda a_1,\lambda b_1,\lambda\alpha_1,\lambda\beta_1)_{LR}, & \lambda\geq 0\\ (\lambda b_1,\lambda a_1,|\lambda|\beta_1,|\lambda|\alpha_1)_{LR}, & \lambda<0\end{cases} \tag{7}$$

其中,加法和数乘运算满足 sup-max 扩展理论。

1.2 基于熵权法的 DEA 交叉效率方法

传统的 DEA 模型(如 CCR、BCC 模型)大都以自评的角度进行效率评价,容易产生不切实际的权重,一定程度上减弱了判别能力。在此基础上,Sexton 等[18]发展了 DEA 交叉效率方法,同时考虑了自我评价和同行评价两个阶段,增强了鉴别力。以下介绍 DEA 交叉效率方法的基本思路。

阶段 1(自我评估) 假设要评估 n 个 $\mathrm{DMU_s}$ 的相对效率,其中,$\mathrm{DMU}_d(d=1,2,\cdots,n)$有 m 维输入向量 $x_d=(x_{1d},x_{2d},\cdots,x_{md})^T\in\mathscr{R}^m_+$,$s$ 维输出向量 $y_d=(y_{1d},y_{2d},\cdots,y_{sd})^T\in\mathscr{R}^s_+$ 评估 DMU_d 的 CCR 模型如下所示:

$$\begin{cases}E_{dd}=\max\sum_{r=1}^{s}u_{rd}y_{rd}\\ \text{s.t.}\ \sum_{r=1}^{s}u_{rd}y_{rj}-\sum_{i=1}^{m}v_{id}x_{ij}\leq 0,j=1,2,\cdots,n\\ \sum_{i=1}^{m}v_{id}x_{id}=1\\ u_{rd}\geq 0,v_{id}\geq 0,r=1,2,\cdots,s,i=1,2,\cdots,m\end{cases} \tag{8}$$

其中,上述线性规划模型的最优解为 $v_d^*=(v_{1d}^*,v_{2d}^*,\cdots,v_{rd}^*)^T$和 $u_d^*=(u_{1d}^*,u_{2d}^*,\cdots,u_{rd}^*)^T$,分别为 MDU_d 的最优输入权重和输出权重,E_{dd}为 MDU_d 的自我评价效率值。

阶段 2(同行评估) 相对于 MDU_d,MDU_j 的交叉效率 E_{dj}定义为:

$$E_{dj}=\sum_{r=1}^{s}u_{rd}^*y_{rj}/\sum_{i=1}^{n}v_{id}^*x_{ij} \tag{9}$$

由于不同交叉评价值中所提供的信息并不一样,不同的相对交叉效率值 E_{dj}对于最终的交叉效率值 E_j 有着不同的影响。基于此,本文使用熵权法确定 MDU_j 的最终交叉效率。熵权法可以充分利用交叉评价值中所提供的信息,同时避免了主观因素,提高了 DMU 之间有效区分的能力,主要步骤如下所示:

Step 1 对于交叉效率矩阵 $C=(E_{dj})_{n\times n}$,将它的每一列视为待评估的项目,每一行视作不同的评判准则,形成评价矩阵。由此,在第 d 个评价准则下,第 j 个项目所占的比重 f_{dj}:$f_{dj}=E_{dj}/\sum_{i=1}^{n}E_{dj}$。

Step 2 第 d 个评价准则的信息熵为 $H_d=-k\sum_{i=1}^{n}f_{dj}\ln f_{dj}$,其中 $k=-\ln n$。

Step 3 第 d 个评价准则的熵权为 $\omega_d=(1-H_d)/\sum_{d=1}^{n}(1-H_d)$。

Step 4 MDU_j 的综合的交叉效率评价值为:$e_j=\sum_{d=1}^{n}\omega_dE_{dj}$。

1.3 DEA 博弈交叉效率

Liang 等[19]提出的 DEA 博弈交叉效率模型,DEA 博弈交叉效率模型的大体思路:当 DMU_d 的交叉效率为 α_d 时,其余的在保证不降低的情形下追求最优的权重选择策略最大化自身的效率分数。具体模型如下:

$$\begin{cases}E_{dj}=\max\sum_{r=1}^{s}\mu_{rj}^dy_{rj}\\ \text{s.t.}\ \sum_{r=1}^{s}\mu_{rj}^dy_{rl}-\sum_{i=1}^{m}\omega_{ij}^dx_{il}\leq 0,l=1,2,\cdots,n\\ \sum_{i=1}^{m}\omega_{ij}^dx_{ij}=1\\ \alpha_1\times\sum_{i=1}^{m}\omega_{ij}^dx_{id}-\sum_{r=1}^{s}\mu_{rj}^dy_{rd}\leq 0\\ \mu_{rj}^d\geq 0,\omega_{ij}^d\geq 0,i=1,2,\cdots,m;r=1,2,\cdots,s\end{cases} \tag{10}$$

其中,$\alpha_d\leq 1$ 的值取 e_d,作为算法的初始值。Liang[19]提出了基于平均博弈交叉效率的算法,本文考虑基于熵权法计算博弈交叉效率,因此需对算法进行改进:设 α_j^t 表示在第 t 次迭代过程中 DMU_j 的交叉效率值。ε 表示设定的非常小的正值,ε 越小,所得结果越精确。具体步骤如下:

Step 1 令迭代次数 $t=1$,$\alpha_d=\alpha_d^1=e_d$,初始交叉效率值 α_d 利用线性规划模型(8)和熵权法确定;**Step 2** 对于 DMU_d 和 DMU_j,求解模型(10),令 $\alpha_j^2=\sum_{d=1}^{n}\omega_d\sum_{r=1}^{s}\mu_{rj}^{d*}(\alpha_d^1)y_{rj}$。一般地,当 $\alpha_d=\alpha_d^t$ 时,$\alpha_j^{t+1}=\sum_{d=1}^{n}\omega_d\sum_{r=1}^{s}\mu_{rj}^{d*}(\alpha_d^t)y_{rj}$,其中 $\mu_{rj}^{d*}(\alpha_d^t)$为模型的最优解;

Step 3 若存在某些 j,使得 $|\alpha_j^{t+1}-\alpha_j^t|\geq\varepsilon$,则令 $\alpha_j=\alpha_j^{t+1}$,继续执行 Step 2。$\forall j\in\{1,2,\cdots,n\}$,都满足 $|h_j^{t+1}-h_j^t|<\varepsilon$,算法收敛。此时,$\alpha_j^{t+1}$ 为 DMU_j 的基于熵权法的博弈交叉效率值。

由基于熵权法的 DEA 交叉效率方法和 DEA 博弈交叉效率是在理性投资者的前提下进行研究的。但是实际中,投资者并非完全理性。根据可能性理论,可以将投资者的心理因素考虑进模型。

2 考虑投资者心理的多目标模糊投资组合模型

2.1 带有风险态度的可能性收益和风险测度

基于可能性理论,Tsaur[9] 将收益率视作三角模糊数,同时将风险态度参数纳入其隶属函数中,进而开展了考虑投资者风险态度的模糊投资组合研究。考虑到梯形模糊数易被推广成 LR 型模糊数或者退化为三角形模糊数,本文将收益率表征为梯形模糊数。假设第 i 个资产的模糊收益率为 $\tilde{r}_i=(a_i,b_i,\alpha_i,\beta_i)_k$,中心区间为 $[a_i,b_i]$,左右宽度分别为 α_i 和 β_i。带有风险态度数 k 的隶属度函数为:

$$u_{\tilde{r}_i}(x)=\begin{cases}1-(\dfrac{a_i-x}{\alpha_i}), & a_i-\alpha_i\le x<a_i\\ 1, & a_i\le x<b_i\\ 1-(\dfrac{x-b_i}{\beta_i})^k, & b_i\le x<b_i+\beta_i\\ 0, & \text{其他}\end{cases}\tag{11}$$

其中,风险偏好者呈现凸的期望效用函数,风险参数值取 $k>1$;风险中立者呈现线性的期望效用函数,风险参数值取 $k=1$;而风险厌恶者呈现凹的期望效用函数,风险参数值取 $0<k<1$。

对于模糊收益率为 $\tilde{r}_i=(a_i,b_i,\alpha_i,\beta_i)_k$,易得 γ^- 水平截集为:

$$\begin{aligned}[\tilde{r}_i]^\gamma&=[r_{i1}(\gamma),r_{i2}(\gamma)]\\&=[a_i-(1-\gamma)^{\frac{1}{k}}\alpha_i,b_i+(1-\gamma)^{\frac{1}{k}}\beta_i],\gamma\in(0,1)\end{aligned}\tag{12}$$

从而,根据定义 1 和 2 和引理 1,假设有 n 项风险资产待投资,第 i 个资产的模糊收益率为 $\tilde{r}_i=(a_i,b_i,\alpha_i,\beta_i)_k$,$\tilde{r}_p$ 为投资组合 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T$,$(x_i\ge 0,i=1,2,\cdots,n)$ 的模糊收益率,则有:

$$\tilde{r}_p=\sum_{i=1}^n\tilde{r}_ix_i=(\sum_{i=1}^n a_ix_i,\sum_{i=1}^n b_ix_i,\sum_{i=1}^n\alpha_ix_i,\sum_{i=1}^n\beta_ix_i)_k\tag{13}$$

即 $\tilde{r}_p$ 还是 LR 型模糊数,由公式(14)和(16),投资组合的可能性均值和半绝对偏差测度为:

$$\begin{aligned}\overline{M}(\tilde{r}_p)&=\overline{M}(\sum_{i=1}^n\tilde{r}_ix_i)\\&=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^n(b_i+a_i)x_i+\\&\qquad\frac{k^2}{(2k+1)(k+1)}\sum_{i=1}^n(\beta_i-\alpha_i)x_i\end{aligned}\tag{14}$$

$$\begin{aligned}Sad(\tilde{r}_p)&=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^n(b_i-a_i)x_i+\\&\qquad\frac{k^2}{(2k+1)(k+1)}\sum_{i=1}^n(\alpha_i+\beta_i)x_i\end{aligned}\tag{15}$$

2.2 奇异指数:一致的风险度量

在 DEA 交叉效率评估框架下,奇异指数用于测量自我评价分数与同行评价分数之间的偏差程度。DMU_k 的奇异指数定义如下[16]:

$$M_k=\frac{E_{kk}-e_k}{e_k}\tag{16}$$

其中,E_{kk}是自我评价效率,e_k 为的 DEA 交叉效率。

Essid 等[16] 指出奇异指数也是评估金融资产整体表现的重要因素,可以作为衡量风险程度的良好指标。选择具有高奇异指数值的金融资产可能会导致投资组合对环境变化高度敏感,导致投资组合所遭受的风险相应较大。因此,本文将考虑奇异指数作为一致的风险度量纳入多目标模型的构建中。

2.3 可能性均值—半绝对偏差—博弈交叉效率—奇异指数模型

在模型的构建中,同时考虑了收益、下行风险、博弈交叉效率和奇异指数四个决策准则,进而为投资者的资本分配提供新的依据。将每一项候选的金融资产被视作博弈者,博弈交叉效率得分和奇异指数分别作为模型中额外的收益测度和风险测度,投资组合 Ω 的博弈交叉效率得分为 $E_\Omega=\sum_{i=1}^n x_ie_i$,投资组合 Ω 的奇异指数为 $I_\Omega=\sum_{i=1}^n x_iM_i$ 由此,考虑投资者心理的可能性均值—半绝对偏差—博弈交叉效率—奇异指数模型为:

$$\begin{cases}\max\ \overline{M}(\tilde{r}_p)=\dfrac{1}{2}\displaystyle\sum_{i=1}^n(b_i+a_i)x_i+\dfrac{k^2}{(2k+1)(k+1)}\sum_{i=1}^n(\beta_i-\alpha_i)x_i\\ \min\ Sad(\tilde{r}_p)=\dfrac{1}{2}\displaystyle\sum_{i=1}^n(b_i+a_i)x_i+\dfrac{k^2}{(2k+1)(k+1)}\sum_{i=1}^n(\beta_i-\alpha_i)x_i\\ \max\ E_\Omega=\displaystyle\sum_{i=1}^n x_ie_i\\ \min\ I_\Omega=\displaystyle\sum_{i=1}^n x_iM_i\\ \text{s.t.}\ \displaystyle\sum_{i=1}^n x_i=1,l_i\le x_i\le u_i,i=1,2,\cdots,n\end{cases}\tag{17}$$

其中,u_i 和 l_i 分别为 x_i 的上下限。同时对每一个目标函数进行规范化处理,模型(17)转化为:

$$\begin{cases} \min \lambda \\ \text{s.t.}\ \xi_j \cdot \dfrac{F_j(x) - F_j^{\min}}{F_j^{\max} - F_j^{\min}} \le \lambda, j = 1,2,\cdots,4 \\ \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ l_i \le x_i \le u_i, i = 1,2,\cdots,n \end{cases} \tag{18}$$

其中，目标函数向量为$(F_1(x), F_2(x), F_3(x), F_4(x)) = (-\overline{M}(\tilde{r}_p), Sad(\tilde{r}_p), -E_{\Omega}, I_{\Omega})$，$\xi_j$ 示第 j 个目标函数 $F_j(x)$ 所占的权重偏好值，$F_j^{\min}$ 和 $F_j^{\max}$ 表示第 j 个目标函数 $F_j(x)$ 在约束条件 $\{\sum_{i=1}^{n} x_i = 1, l_i \le x_i \le u_i, i = 1,2,\cdots,n\}$ 的最值。

3 应用实例

为了证明 DEA 博弈交叉效率方法以及模型(18)的有效性，本文从中国上海证券市场选取了 10 种候选资产，代码为 603208、603220、603222、603267、603305、603687、603697、603755、600776 和 600809，简记为 1～10。数据收集了 2017 年 6 月 4 号至 2019 年 6 月 3 号的每周收盘价。经过简单处理，得到这 10 个资产的梯形模糊收益率，如表 1 所示。

表 1 十种资产的梯形模糊收益率

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a_i	-0.0069	-0.012	0.001	0.002	-0.014	-0.019	-0.013	-0.000	-0.008	-0.011
b_i	0.0136	0.0109	0.015	0.024	0.0296	0.0220	0.0114	0.0187	0.0218	0.0280
α_i	0.0883	0.0972	0.046	0.116	0.0899	0.1001	0.1017	0.0660	0.1121	0.0777
β_i	0.1465	0.3041	0.088	0.181	0.1064	0.2064	0.2079	0.2302	0.2105	0.0839

3.1 基于熵权法的 DEA 博弈交叉效率评估结果

为了分析 10 个资产的绩效表现，我们将投资组合问题当成一种特殊的金融生产过程，旨在以最小的投入获取尽可能大的产出。与此同时，为了将投资者的风险态度纳入到博弈交叉效率评价过程中，风险态度参数分别取 0.6，1 和 3.0 这三个值，表征三种不同风险态度。鉴于此，在 DEA 博弈交叉效率模型的输入输出指标的选取过程中，我们将带有风险态度参数的均值作为 DEA 模型的输出指标(记为输出 1)，带有风险态度参数的两个下行风险(半方差和半绝对偏差)作为 DEA 模型的输入指标(分别记为输入 2 和输入 3)，如表 2 所示。从表 2 可以看出，对于每一种资产(DMU)，随着风险态度参数的增大，输入输出数据也随之增大。也就是说，风险偏好者会高估其收益和下行风险。

表 2 不同风险态度下的 DEA 输入输出数据

DMU	风险规避($k=0.6$)			风险中立($k=1.0$)			风险偏好($k=3.0$)		
	输出 1	输入 2	输入 3	输出 1	输入 2	输入 3	输出 1	输入 2	输入 3
1	0.0093	0.0015	0.0343	0.0131	0.0029	0.0494	0.0221	0.0076	0.0857
2	0.0206	0.0032	0.0525	0.0339	0.0067	0.0783	0.0660	0.0201	0.1404
3	0.0126	0.0005	0.0211	0.0153	0.0010	0.0298	0.0218	0.0027	0.0508
4	0.0202	0.0023	0.0414	0.0244	0.0044	0.0605	0.0344	0.0119	0.1066
5	0.0092	0.0021	0.0422	0.0103	0.0035	0.0548	0.0128	0.0076	0.0852
6	0.0120	0.0032	0.0522	0.0188	0.0057	0.0720	0.0353	0.0146	0.1194
7	0.0099	0.0024	0.0441	0.0167	0.0047	0.0640	0.0331	0.0129	0.1119
8	0.0260	0.0018	0.0397	0.0366	0.0037	0.0588	0.0620	0.0111	0.1047
9	0.0169	0.0029	0.0479	0.0233	0.0054	0.0687	0.0385	0.0145	0.1186
10	0.0091	0.0016	0.0360	0.0095	0.0025	0.0464	0.0105	0.0053	0.0714

表 3　不同风险态度下的 DEA 博弈交叉效率和奇异指数值

DMU	风险规避($k=0.6$)			风险中立($k=1.0$)			风险偏好($k=3.0$)		
	效率	排名	奇异指数	效率	排名	奇异指数	效率	排名	奇异指数
1	0.4145	6	0.0005	0.4311	6	0.0138	0.4606	8	0.0333
2	0.5922	4	0.0118	0.6804	3	0.0226	0.7562	3	0.0479
3	**0.9574**	**2**	**0.0445**	**0.9153**	**2**	**0.0925**	**0.8932**	**2**	**0.1196**
4	0.7401	3	0.0085	0.6407	4	0.0106	0.5410	4	0.0071
5	0.3309	10	0.0046	0.3003	10	0.0001	0.2694	10	0.0341
6	0.3455	8	0.0120	0.4127	8	0.0174	0.4875	7	0.0221
7	0.3390	9	0.0074	0.4148	7	0.0106	0.4934	6	0.0125
8	**1.0000**	**1**	**0.0000**	**1.0000**	**1**	**0.0000**	**1.0000**	**1**	**0.0000**
9	0.5324	5	0.0111	0.5346	5	0.0165	0.5354	5	0.0222
10	0.3879	7	0.0025	0.3400	9	0.0272	0.2778	9	0.0647

表 3 展现了 10 个 DMU 在不同风险态度下的 DEA 博弈交叉效率、效率排序和奇异指数值。当取不同的风险态度时,效率分数及其排序可能会发生变化。图 1 更为直观描绘了三种不同风险态度下 DEA 博弈交叉评估的结果。值得注意地是,在这三种不同的风险态度下,DMU_8 的博弈交叉效率值达到 1,都被评为最有效的资产。而且从表 3 可以看出 DMU_8 的奇异指数为 0,这表明它在大多数的输入输出指标上表现良好,使得它的得分和排名非常稳定。尽管 DMU_3 效率排名第 2,但是相对于其他的 DMU_s,它的奇异指数值较高,效率值对环境的变化比较敏感,风险相对较高。

3.2　交叉效率模型评估结果对比分析

为了进一步说明基于熵权法的博弈交叉效率模型的评价结果的合理性,将其与经典的 DEA 交叉效率模型的评价结果进行了比较分析。采用经典的友好型和对抗型交叉效率模型对这 10 个 DMU_s 进行绩效评价,结果如表 4 和 5 所示。

表 4　不同风险态度下的三种 DEA 交叉效率模型的效率得分

DMU	风险规避($k=0.6$)			风险中立($k=1.0$)			风险偏好($k=3.0$)		
	对抗型	友好型	博弈型	对抗型	友好型	博弈型	对抗型	友好型	博弈型
1	0.3838	0.4144	**0.4145**	0.4051	0.4287	**0.4311**	0.4384	0.4514	**0.4606**
2	0.5227	0.5857	**0.5922**	0.6037	0.6680	**0.6804**	0.6859	0.7407	**0.7562**
3	0.9560	0.9418	**0.9574**	0.9112	0.8846	**0.9153**	0.8721	0.8376	**0.8932**
4	0.6607	0.7342	**0.7401**	0.5833	0.6349	**0.6407**	0.5113	0.5391	**0.5410**
5	0.3000	0.3294	**0.3309**	0.2808	0.3003	**0.3003**	0.2564	0.2639	**0.2694**
6	0.3048	0.3417	**0.3455**	0.3701	0.4068	**0.4127**	0.4533	0.4825	**0.4875**
7	0.3039	0.3366	**0.3390**	0.3776	0.4110	**0.4148**	0.4635	0.4904	**0.4934**
8	0.9256	1.0000	**1.0000**	0.9352	1.0000	**1.0000**	0.9531	1.0000	**1.0000**
9	0.4709	0.5269	**0.5324**	0.4803	0.5273	**0.5346**	0.4978	0.5298	**0.5354**
10	0.3600	0.3876	**0.3879**	0.3213	0.3364	**0.3400**	0.2654	0.2676	**0.2778**

表 5　不同风险态度下的三种 DEA 交叉效率模型的奇异指数

DMU	风险规避($k=0.6$)			风险中立($k=1.0$)			风险偏好($k=3.0$)		
	对抗型	友好型	博弈型	对抗型	友好型	博弈型	对抗型	友好型	博弈型
1	0.0804	0.0006	**0.0005**	0.0790	0.0194	**0.0138**	0.0856	0.0545	**0.0333**
2	0.1464	0.0229	**0.0118**	0.1526	0.0416	**0.0226**	0.1552	0.0698	**0.0479**
3	0.0460	0.0618	**0.0445**	0.0975	0.1305	**0.0925**	0.1467	0.1938	**0.1196**
4	0.1297	0.0166	**0.0085**	0.1099	0.0198	**0.0106**	0.0655	0.0106	**0.0071**
5	0.1082	0.0091	**0.0046**	0.0696	0.0002	**0.0001**	0.0864	0.0557	**0.0341**
6	0.1474	0.0233	**0.0120**	0.1344	0.0322	**0.0174**	0.0993	0.0328	**0.0221**
7	0.1239	0.0146	**0.0074**	0.1099	0.0198	**0.0106**	0.0778	0.0187	**0.0125**
8	0.0804	0.0000	**0.0000**	0.0693	0.0000	**0.0000**	0.0492	0.0000	**0.0000**
9	0.1432	0.0217	**0.0112**	0.1315	0.0307	**0.0165**	0.0994	0.0329	**0.0222**
10	0.0804	0.0035	**0.0025**	0.0871	0.0383	**0.0272**	0.1145	0.1055	**0.0647**

表 4 呈现了在不同风险态度下的对抗型、友好型和博弈型的效率得分;表 5 呈现了在不同风险态度下的对抗型、友好型和博弈型的奇异指数。可以发现,无论在哪一种风险态度下,任意一个 DMU

在博弈交叉效率模型中所获得的效率评价得分最高,而且奇异指数最低。这是由于博弈交叉效率模型在迭代算法过程中采取在提升其它 DMU_s 效率得分的同时也在不断改善自身的 DMU 效率的策略。因此,基于熵权法的博弈交叉效率模型的评价结果是相对而言是更为合理的。

4 结语

在本文中,我们讨论了考虑投资者心理的可能性均值-半绝对偏差-博弈交叉效率-奇异指数多目标投资组合模型。首先,由于金融市场中不同的资产之间存在着不同程度的竞争关系,将它们视为博弈者,采用基于熵权法的 DEA 博弈交叉效率模型鉴别其优劣,将博弈交叉效率作为一项额外的衡量投资组合的收益测度。与此同时,将奇异指数这一风险测度纳入投资组合选择模型中,作为衡量环境波动敏感性的良好指标。

实例结果表明,DEA 博弈交叉效率模型评估不仅能预先有效地鉴别各个资产的优劣,而且相对于经典的友好型和对抗型交叉效率模型的评估结果更加合理。此外,对比传统的可能性均值-半绝对偏差模型,我们所提出的多目标模型的最优投资比例分散程度更高。当投资者持有不同的风险态度时,投资策略也有不同。相较于风险规避者和风险中立者,风险偏好者获得更大的投资组合的均值和交叉效率值,同时将遭受更大的风险。在将来研究中,我们会进行代表性样本选取和样本扩展的工作,对本文的内容进一步探究和丰富。

参考文献:

[1] Markowitz H M. Portfolio selection[J]. Journal of Finance, 1952, 7: 77-91.
[2] Sharpe W A. Simplified model for portfolio analysis[J]. Management Science, 1963, 9: 277-293.
[3] Zadeh L A. Fuzzy sets[J]. Information and Control, 1965, 8(3): 338-353.
[4] Zadeh L A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1978, 1: 3-28.
[5] Carlsson C, Fullér R. On possibilistic mean value and variance of fuzzy numbers[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2001(122): 315-326.
[6] Zhang W G, Nie Z K. On possibilistic variance of fuzzy numbers[J]. Lecture Notes in Computer Science, 2003, 2639: 398-402.
[7] Vercher E, Bermúdez J D, Segura J V. Fuzzy portfolio optimization under downside risk measures[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2007, 158(7): 769-782.
[8] Maenhout P J. Robust portfolio rules and asset pricing[J]. The Review of Financial Studies, 2004, 17(4): 951-983.
[9] Tsaur R C. Fuzzy portfolio model with different investor risk attitudes[J]. European Journal of Operational Research, 2013, 227(2): 385-390.
[10] 金秀,曲晓洁,刘家和.考虑投资者心理的模糊多目标投资组合模型及交互式算法[J].系统管理学报,2017,6:1081-1088.
[11] Zhou X Y, Wang J, et al. Portfolio selection under different attitudes in fuzzy environment[J]. Information Sciences, 2018,462: 278-289.
[12] Charnes A, Cooper W W, Rhodes E. Measuring the efficiency of decision-making units[J]. European Journal of Operational Research, 1978, 2(6): 429-444.
[13] 周忠宝,丁慧,马超群,等.考虑交易成本的投资组合效率估计方法[J].中国管理科学,2015,23(1):25-33.
[14] Lim S, Oh K W, Zhu J. Use of DEA cross-efficiency evaluation in portfolio selection: an application to Korean stock market[J]. European Journal of Operational Research, 2014, 236: 361-368.
[15] Deng X, Fang W. A novel mean-variance-maverick DEA prospect cross-efficiency approach for fuzzy portfolio selection[J]. Journal of Intelligent and Fuzzy Systems, 2019, 37(1): 1-18.
[16] Essida H, Ganouati J, Vigeant S. A mean-maverick game cross-efficiency approach to portfolio selection: an application to Paris stock exchange[J]. Expert Systems with Applications, 2018, 113: 161-185.
[17] Chen W, Li S S, Zhang J, et al. A comprehensive model for fuzzy multi-objective portfolio selection based on DEA cross-efficiency model[J]. Soft Computing, 2020, 24: 2515-2526.
[18] Sexton T R, Silkman R H, Hogan A J. Data envelopment analysis: critique and extensions[J]. New Directions for Program Evaluation, 1986, 32: 73-105.
[19] Liang L, Wu J, Cook W D. The DEA game cross-efficiency model and its Nash equilibrium[J]. Operations Research, 2008, 56(5): 1278-1288.